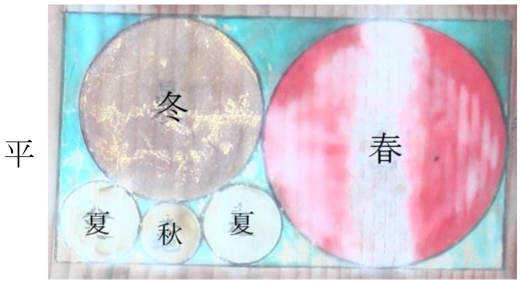
7月　高木神社

今有如図直
内容春夏秋冬五円
只云五円径和八寸
問平幾何



（明治 27 年 伊東始メ松）

（題意）

長方形の中に、春、夏、秋、冬円を 5 個容れる（夏円 2 個、他は 1 個ずつ）。5 個の円の直径の和を 8 寸として、長方形の縦の長さ（春円の直径）を求めよ。

【解説】

問題図は、次の図 1 を基にしています。図中、$d,\ d_1,\ d_2,\ d_3$ は、それぞれ春、冬、夏、秋円の直径を表します。

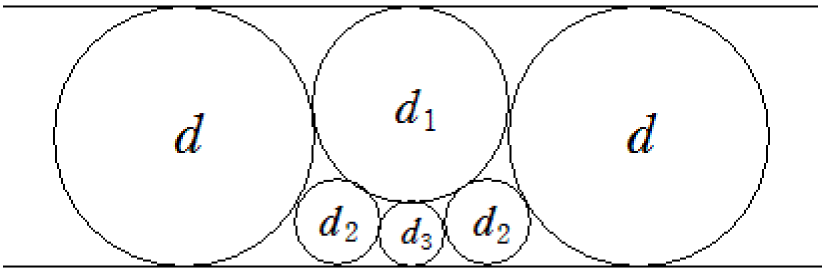


図 1

与えられた条件は、

$$d + d_1 + 2d_2 + d_3 = k \quad （ただし、k = 8）\cdots①$$

これは、$d = d_1 + d_3$ $\cdots$②

によって、$d + d_2 = \frac{1}{2}k$ $\cdots$①′ とも表せます。

さて、図１を問題図よりさらに限定して描いたのが、次の図２です。
図２において、４円の接触関係は、４つの直角三角形でとらえられます。
このうち、赤・緑・青の３つについては、
５月の寺子屋で扱った基本術によって、

$$\sqrt{dd_1} = \sqrt{dd_2} + \sqrt{d_2 d_3} \quad \cdots③$$
$$(a = b + c)$$

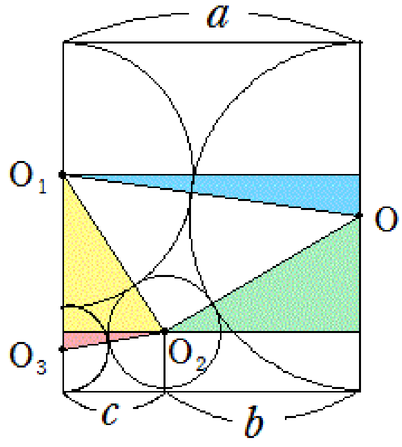


図２

また、黄色の直角三角形については、
三平方の定理によって、

$$\left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right)^2 = c^2 + \left(d - \frac{d_1 + d_2}{2}\right)^2$$

これに $c = \sqrt{d_2 d_3}$ を代入して簡単にすると、

$$d^2 - (d_1 + d_2)d + d_2 d_3 = 0 \quad \cdots④$$

を得ます。ここで、

$$\sqrt{\frac{d_1}{d}} = x, \qquad \sqrt{\frac{d_2}{d}} = y, \qquad \sqrt{\frac{d_3}{d}} = z,$$

とおいて②、③、④を書き換えると、

$$\begin{cases} 1 = x^2 + z^2 \\ x = y + yz \\ 1 - (x^2 + y^2) + y^2 z^2 = 0 \end{cases}$$

これを解いて、

$$x^2 = \frac{3}{4}, \qquad y^2 = \frac{1}{3}, \qquad z^2 = \frac{1}{4}$$

したがって、

$$d_1 = \frac{3}{4}d, \qquad d_2 = \frac{1}{3}d, \qquad d_3 = \frac{1}{4}d$$

となり、これらを①（①′）に代入すれば、d が k を用いて表せます。

すなわち、平の長さ（春円径）は　$d = \frac{3}{8}k = 3$　（寸）

（文責：五輪教一）